「ハミルトン力学系」の誤植の修正

■「中心場力」=>「中心力」または「中心力場」 「中心力」または「中心力場」と書くべきところが全て「中心場力」となっています．

■p 18 の下から 7 行目: 測地線の定義に関する注意 本書では，いくつかの変分法の本に従って，測地線を $\mathcal{L}$ の臨界点により定義した．しかし，測地線の定義を，$\mathcal{L}$ の臨界点かつ $\left|\frac{d\gamma}{dt}(t)\right|$ が一定となるものとしている本が多いようである．その定義だと，測地線方程式

$$\frac{d^2x^\lambda}{dt^2} + \Gamma^\lambda_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{dt}\frac{dx^\nu}{dt} = 0$$

と同値になる．さらに，弧長パラメータで表したものと仮定している本もある．その定義だと，$\mathcal{E}$ の臨界点ということと同値である．

これらの定義は，パラメータの取り方をどこまで限定するかの違いだけで，曲線を集合としてみた場合には違いはない．

■p20 の一番下の式の修正

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^n g_{ik}(\boldsymbol{q}(t))\frac{dq_i}{dt}\right) = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial g_{ij}}{\partial q_k}(\boldsymbol{q})\dot{q}_i\dot{q}_j, \quad (k = 1, \ldots, n)$$

■p23 の真ん中あたりの $T(f)$ の式の誤植の修正

$$T(f) = \int_0^a \sqrt{\frac{1 + (f'(x))^2}{2g(-f(x))}}dx$$

■p27 の上から 2 行目 2.2.1 節で行うように

■p31 の (2.10) の前の式

$$= (-1)^{n(n+1)/2} n! dq_1 \wedge dp_2 \wedge \cdots \wedge dp_n \wedge dq_1 \wedge dq_2 \wedge \cdots \wedge dq_n$$

■p55 の下から 7 行目の誤植の修正 「状態を表す点ものと見なす」=>「状態を表す点と見なす」

■p58 の 2 行目の式の誤植の修正

$$F : \mathcal{U} \times \mathcal{V}(\subset \mathbb{R}^{2n}) \to \mathcal{U} \times \mathcal{V}(\subset \mathbb{R}^{2n})$$

■p 78 の 10 行目の式の誤植の修正

$$\Gamma = \{(s_1, \ldots, s_n) \in \mathbb{R}^n \mid \varphi_1^{s_1} \circ \cdots \circ \varphi_n^{s_n}(\boldsymbol{z}_0) = \boldsymbol{z}_0\}$$

■p 78 の 11 行目の誤植の修正　「$\mathbb{Z}^l$ と同相」=> 「$\mathbb{Z}^l$ と同型」

■p113 の下から 9 行目と 7 行目の式番号の付け間違えの修正　式番号 (6.7) は次の式 $D_{\boldsymbol{\omega}} u = f$ につける．

■p115 の 9, 10, 11 行目の式の誤植の修正

$$
\begin{aligned}
|f_{\boldsymbol{k}}| &= \left| \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{\mathbb{T}^n} f\left(\boldsymbol{\theta} - i\xi \mathrm{sgn}(\boldsymbol{k})\right) e^{i\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta} + i\xi \mathrm{sgn}(\boldsymbol{k})\rangle} d\boldsymbol{\theta} \right| \\
&= \left| \frac{e^{-\xi|\boldsymbol{k}|}}{(2\pi)^n} \int_{\mathbb{T}^n} f\left(\boldsymbol{\theta} - i\xi \mathrm{sgn}(\boldsymbol{k})\right) e^{i\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta}\rangle} d\boldsymbol{\theta} \right| \\
&\leq \frac{e^{-\xi|\boldsymbol{k}|}}{(2\pi)^n} \int_{\mathbb{T}^n} \left| f\left(\boldsymbol{\theta} - i\xi \mathrm{sgn}(\boldsymbol{k})\right) e^{i\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta}\rangle} \right| d\boldsymbol{\theta} \\
&\leq \|f\|_\xi e^{-\xi|\boldsymbol{k}|}
\end{aligned}
$$

■p115 の下から 5 行目からの証明の誤りの修正　「よって，

$$
\sum_{|\boldsymbol{k}|=l} \left| u_{\boldsymbol{k}} e^{i\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta}\rangle} \right| = \sum_{|\boldsymbol{k}|=l} |u_{\boldsymbol{k}}| \leq 2^n \|f\|_\xi (l+1)^{n-1} e^{-l\xi} l^\tau \alpha^{-1}
$$

と評価できる．」の最初の等式は誤りである．$|e^{i\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta}\rangle}| = 1$ を用いているが，$\boldsymbol{\theta}$ は実数とは限らないので成立しない．

p115 の下から 5 行目から 6.4 節の前までの部分を修正する．

$\xi' \in \left(\frac{\xi}{2}, \xi\right)$ とし $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{T}^n_{\xi'}$ とする．$\xi_1 = \frac{1}{2}(\xi' + \xi)$ とおく．$|\mathrm{Im}\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta}\rangle| \leq |\boldsymbol{k}|\xi'$ であるから，$|e^{i\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta}\rangle}| \leq e^{|\boldsymbol{k}|\xi'}$．よって，

$$
\sum_{|\boldsymbol{k}|=l} \left| u_{\boldsymbol{k}} e^{i\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta}\rangle} \right| \leq \sum_{|\boldsymbol{k}|=l} |u_{\boldsymbol{k}}| e^{l\xi'} \leq 2^n \|f\|_\xi (l+1)^{n-1} e^{-l\xi} l^\tau \alpha^{-1} e^{l\xi'}
$$

と評価できる．

$$
e^{-l\xi} l^{n+\tau-1} \leq \left(\frac{n+\tau-1}{e}\right)^{n+\tau-1} e^{-l\xi_1} (\xi - \xi_1)^{-n-\tau+1}
$$

を用いると[*1]，

$$
\begin{aligned}
\sum_{|\boldsymbol{k}|=l} \left| u_{\boldsymbol{k}} e^{i\langle \boldsymbol{k}, \boldsymbol{\theta}\rangle} \right| &\leq \frac{2^n \|f\|_\xi}{\alpha} \left(\frac{l+1}{l}\right)^{n-1} e^{-l\xi} l^{n+\tau-1} e^{l\xi'} \\
&\leq \frac{2^{2n-1} \|f\|_\xi}{\alpha} e^{-l\xi} l^{n+\tau-1} e^{l\xi'} \\
&\leq \frac{2^{2n-1} \|f\|_\xi}{\alpha} \left(\frac{n+\tau-1}{e}\right)^{n+\tau-1} (\xi - \xi_1)^{-n-\tau+1} e^{-l\xi_1} e^{l\xi'}
\end{aligned}
$$

となる．

$$
\begin{aligned}
&\xi - \xi_1 = \frac{\xi - \xi'}{2} \\
&\sum_{l=1}^{\infty} e^{-l(\xi_1 - \xi')} = \frac{e^{-(\xi_1 - \xi')}}{1 - e^{-(\xi_1 - \xi')}} = \frac{1}{e^{(\xi_1 - \xi')} - 1} < \frac{1}{\xi_1 - \xi'} = \frac{2}{\xi - \xi'}
\end{aligned}
$$

[*1] $s > 0$ を定数とし関数 $g(x) = x - s\log x$ を考えると，この関数の最小値は $g(s)$ であることが分かる．これより，$g(x) \geq g(s)$ が得られる．これに $s = n + \tau - 1, x = l(\xi - \xi_1)$ を代入してこの不等式は得られる．

であるから，

$$\sum_{\boldsymbol{k}\in\mathbb{Z}^n\setminus\{\boldsymbol{0}\}}\left|u_{\boldsymbol{k}}e^{i\langle\boldsymbol{k},\boldsymbol{\theta}\rangle}\right| = \sum_{l=1}^{\infty}\sum_{|\boldsymbol{k}|=l}\left|u_{\boldsymbol{k}}e^{i\langle\boldsymbol{k},\boldsymbol{\theta}\rangle}\right|$$
$$\leq \frac{2^{3n+\tau-1}\|f\|_\xi}{\alpha}\left(\frac{n+\tau-1}{e}\right)^{n+\tau-1}(\xi-\xi')^{-n-\tau}$$

となり，

$$u = \sum_{\boldsymbol{k}\in\mathbb{Z}^n\setminus\{\boldsymbol{0}\}} u_{\boldsymbol{k}}e^{i\langle\boldsymbol{k},\boldsymbol{\theta}\rangle}$$

は一様に絶対収束する．ワイエルシュトラスの定理より解析関数の一様収束極限は解析的だから，u は $\mathbb{T}^n_{\xi'}$ 上の解析関数である．また，このことから

$$\|u\|_{\xi'} \leq \frac{\bar{B}_0(n,\tau)\|f\|_\xi(\xi-\xi')^{-k_0(n,\tau)}}{\alpha}$$

と評価できる．ここで，

$$\bar{B}_0(n,\tau) = 2^{3n+\tau-1}\left(\frac{n+\tau-1}{e}\right)^{n+\tau-1}, \quad k_0(n,\tau) = n+\tau$$

である．

■p132 の定理 7.1 の 2 行目の誤植の修正　「$J_n\nabla H(\boldsymbol{0})$ の固有値」=> 「$J_n(\mathrm{Hess}H)(\boldsymbol{0})$ の固有値」

■p146 の 3-4 行目「$\mu = \mu_1$ の場合の解析は困難で，まだ解決されていないようである.」　この文章は誤りで，以下の論文で安定であることが証明されていました．

A. G. Sokolskii, Proof of the stability of Lagrangian solutions for a critical mass ratio, *Pisma v Astronomicheskii Zhurnal*, **4**(1978), 148-152. Engl. Transl.:*Sov. Astron. Lett.* **4**(1978), 79-81.